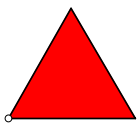
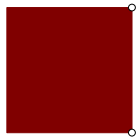
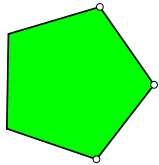
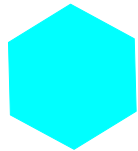
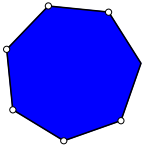
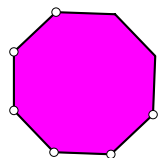
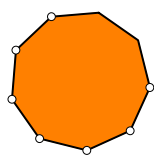

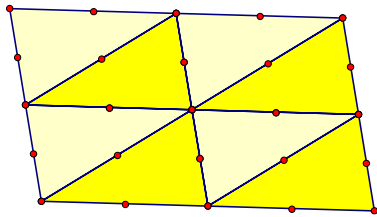
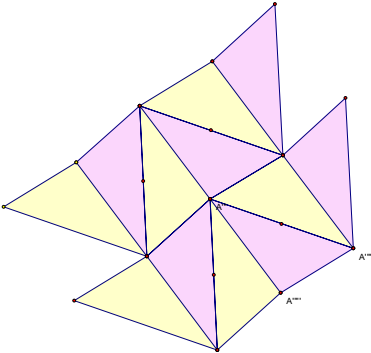
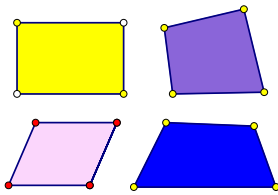
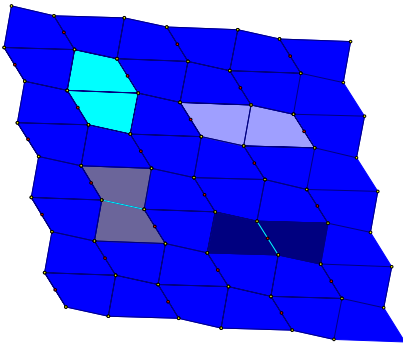


## Tesselering med polygoner

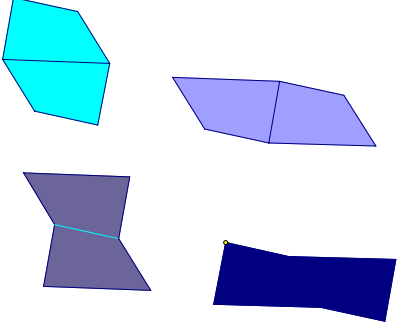

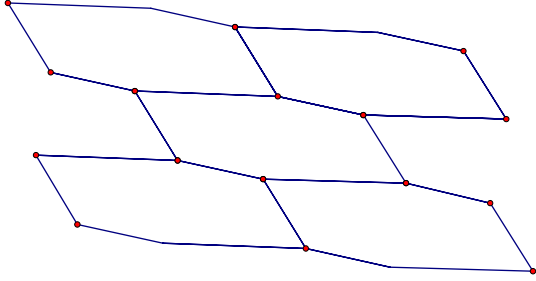
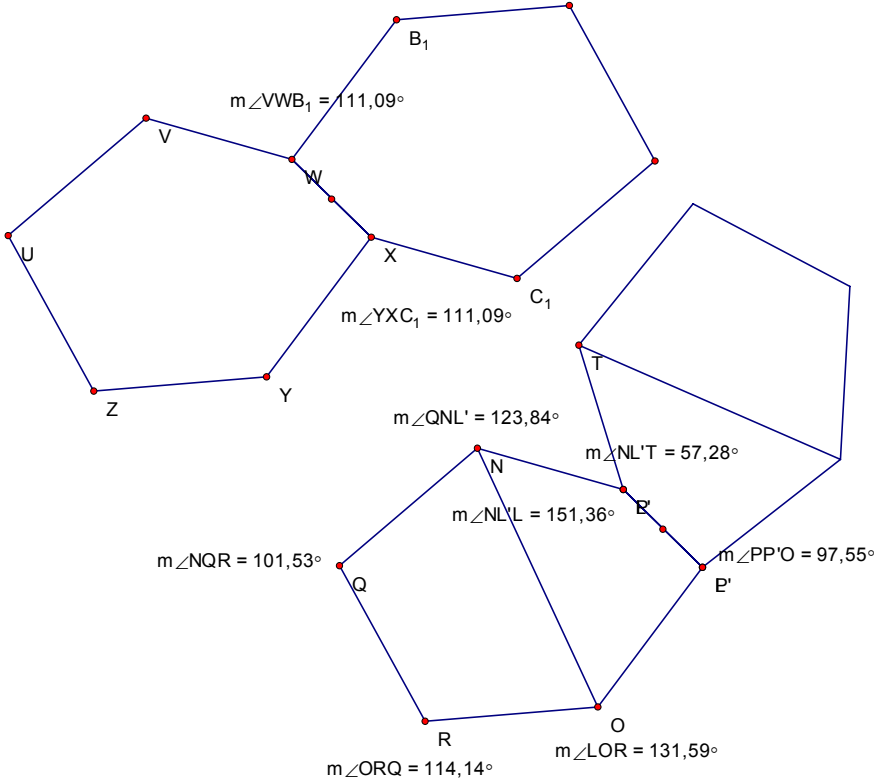

Regulære polygoner						
n-kant	Regulære polygoner	Vinkelmål	Vinkelsum	Antal diagonaler	Manglende vinkel	Fladedækkende alene
3		60°	180°	0	0°	😊
4		90°	360°	2	0°	😊
5		108°	540°	5	36°	😞
6		120°	720°	9	0°	😊
7		128,57°	900°	14	-25,71°	😞
8		135°	1080°	20	-45°	😞
9		140°	1260°	27	-60°	😞
10		144°	1440°	35	-72°	😞
$n$	$n$ -kant	$\frac{(n-2)180^\circ}{n}$	$(n-2)180^\circ$	$\frac{(n-3)n}{2}$		😞
cirklen			360°			😞

## Tesselering med polygoner

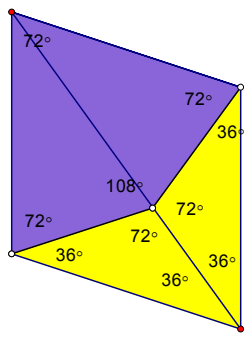
Irregulære Polygoner				
3-kant	Figur	Vinkelsum	Forklaring	Fladedækkende alene
		180°	Alle trekanter kan fylde en flade ud på følgende måde:  Ved at dreje trekanten 180° om et af linjestykkernes midtpunkter dannes et parallelogram og herefter kan parallelogrammet parallelforskydes og fylde en flade ud.	☺
			Ved spejling om et af linjestykkerne og ved efterfølgende at dreje trekanten 180° om et af linjestykkernes midtpunkter dannes et parallelogram og herefter kan parallelogrammet parallelforskydes og fylde en flade ud.	☺

4-kant	Figur	Vinkelsum	Forklaring	Fladedækkende alene
		360°	Alle firkanter kan fylde en flade ud på følgende måde:  Ved at dreje 4-kanten 180° om et af linjestykkernes midtpunkter dannes en 6-kant og herefter kan 6-kanten parallelforskydes og fylde en flade ud.	☺
		720°	Selv den skæveste firkant kan udfylde en flade.  Som noget særligt dannes der nogle skæve sekskanter som hver især også kan udfylde en flade	☺

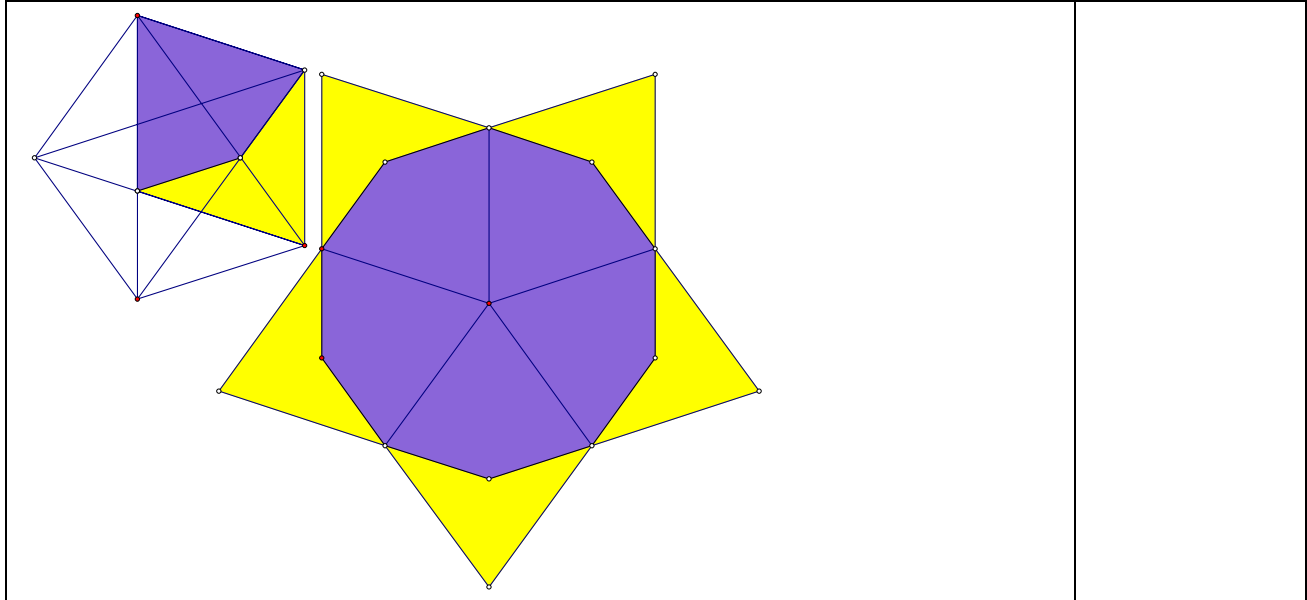
## Tesselering med polygoner

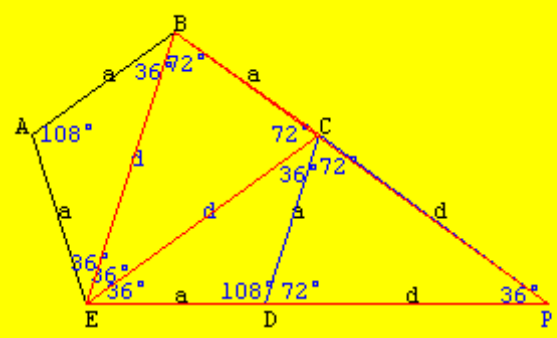
6-kant	Figur	Vinkelsum	Forklaring	Fladedækkende alene
		720°	Når blot de modstående sider i sekskanten er parallelle og lige lange kan hver af disse sekskanter fylde en flade ud.	
			<p>Her ses et eksempel på en af de enkelte sekskanter benyttet til fladedækkende mønstre.</p> <p>Nedenfor ses en vilkårlig skæv sekskant forsøgt dække en flade. Af de forskellige vinkelmål kan det ses at det ikke kan lade sig gøre.</p>	
				

## Tesselering med polygoner

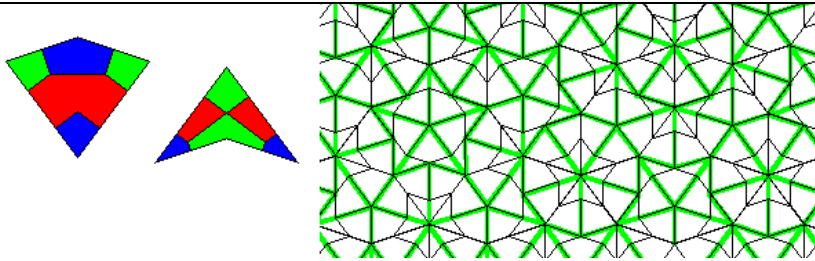
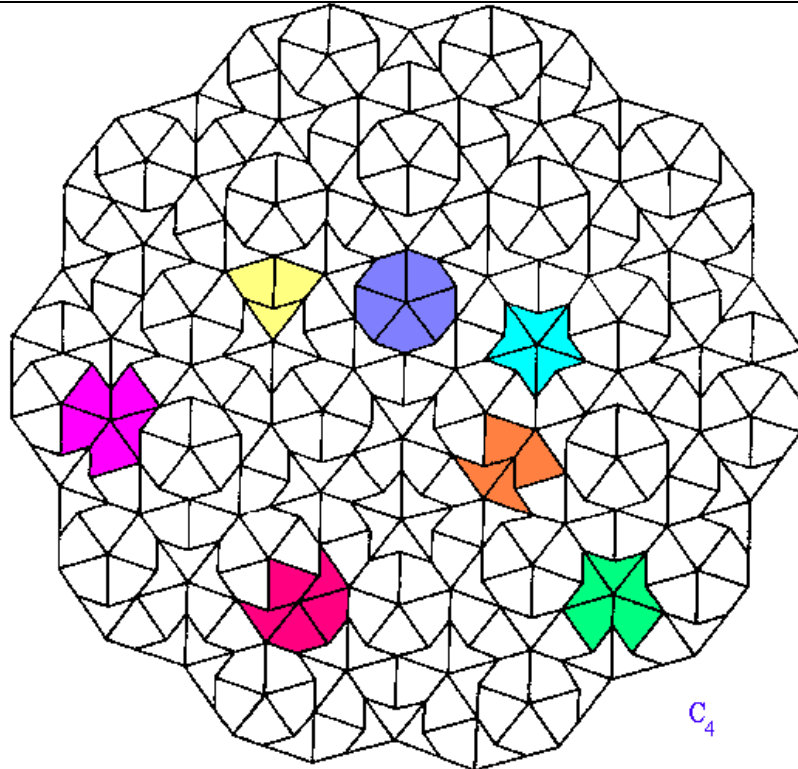
4-kant	Penrose-tiling	Vinkelsum	Forklaring	Fladedækkende alene
		360°	Den engelske matematiker Sir Roger Penrose har taget patent på nogle fliser, der tilsyneladende kan danne symmetriske mønstre. Men det viser sig, at symmetrien på et tidspunkt går i stykker. Her er de kendteste; dragen og pilen og tilsammen danner de en rombe	☺

Det spændende ved denne rombe er, at arealforholdet mellem den blå og gule polygon er det gyldne snits forhold. På nettet kan man selv prøve at sammensætte de to polygoner til fantastiske mønstre på <http://www.geocities.com/SiliconValley/Pines/1684/Penrose.html>  
 Læs mere på <http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/penrose.html>

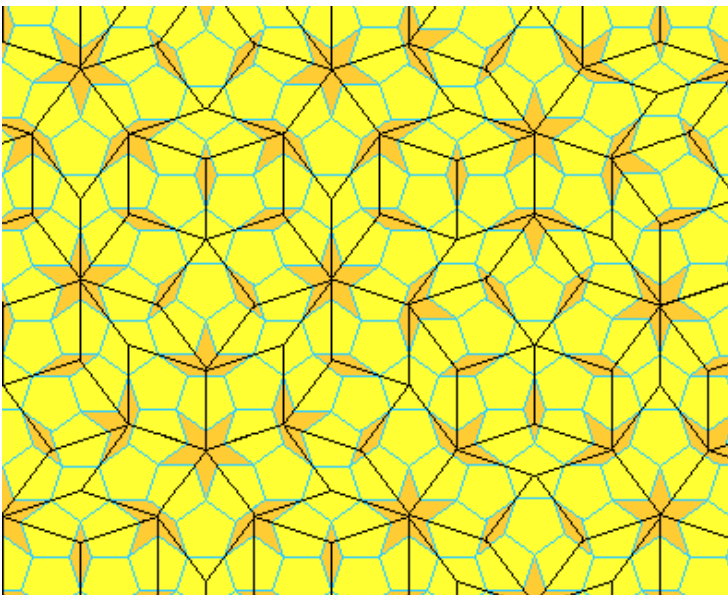


 <p style="background-color: yellow; padding: 5px; margin-top: 10px;"><math>(a+d):d = d:a = \text{det gyldne snit.}</math></p>	<p>Beviset for det gyldne snit i femkanten.</p> <p>Euklid</p>
---	---

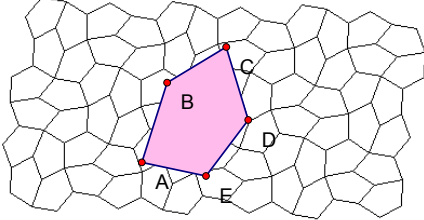
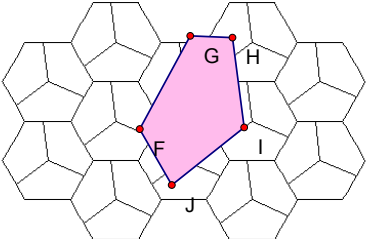
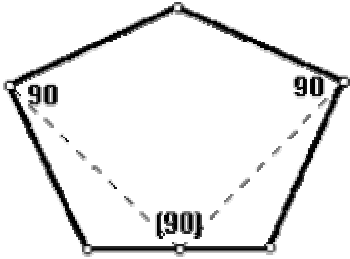
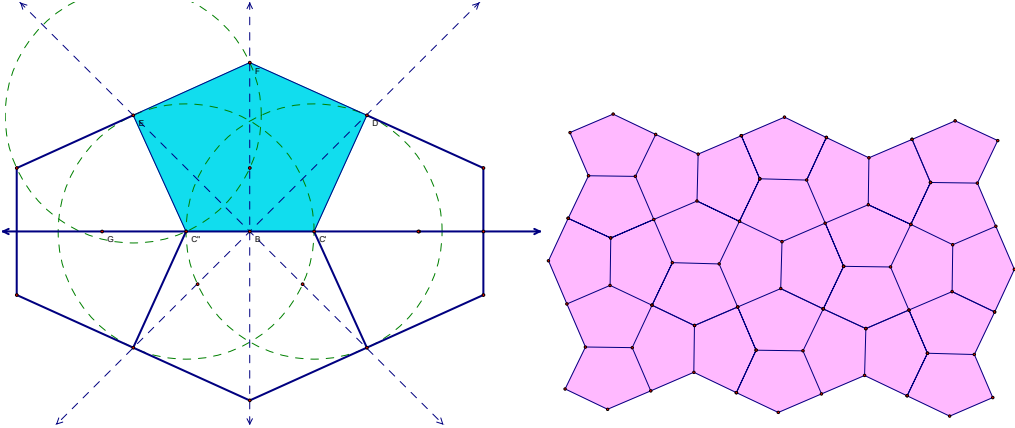
## Tesselering med polygoner



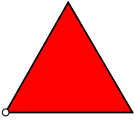
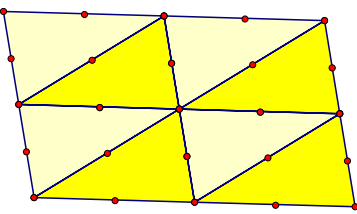
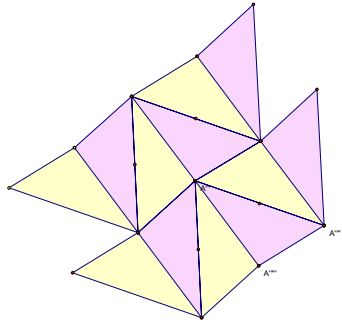
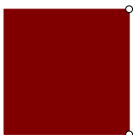
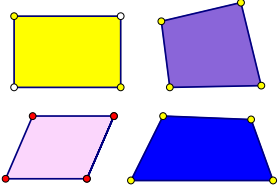
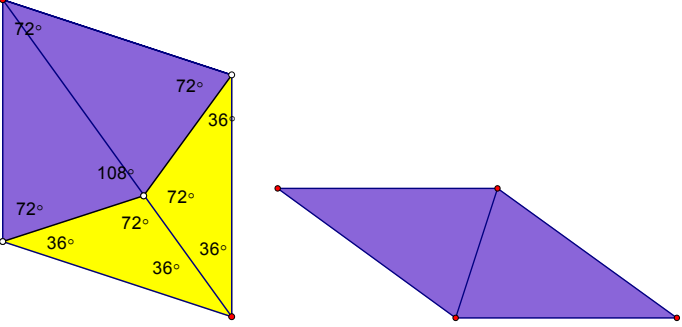
Billederne ovenfor er fundet på <http://home.ecn.ab.ca/~jsavard/math/penint.htm> hvor man kan læse mere om sammenhænge imellem forskellige polygoner



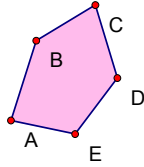
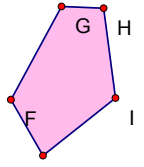
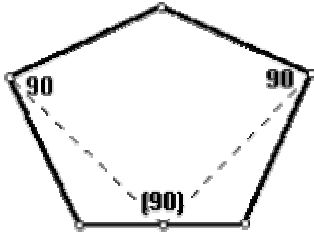
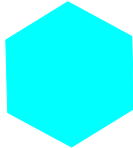
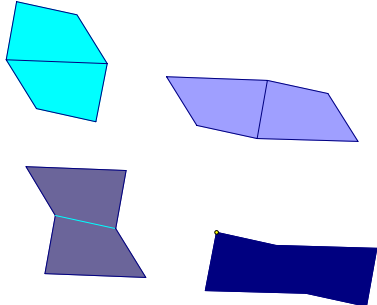
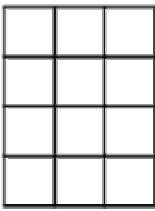
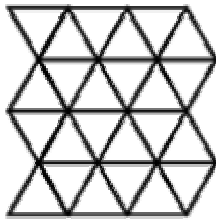
## Tesselering med polygoner

5-kant	Figur	Vinkelsum	Forklaring	Fladedækkende alene
<p>Nogle femkanter kan dække en flade, så frem de ikke er regulære.            Find 14 af dem på <a href="http://www.mathpuzzle.com/tilepent.html">http://www.mathpuzzle.com/tilepent.html</a> og  <a href="http://burtleburtle.net/bob/tile/pentagon.html">http://burtleburtle.net/bob/tile/pentagon.html</a></p>				
	540°	Som man kan se på de foregående sider har 4-kanten og 5-kanten sammenhænge som er spændende at fordybe sig i.	☺	
	540°		☺	
	540°	<p>Denne femkantede flise er kendt fra gaderne i Cairo, hvorfor flisemønsteret også kaldes for en Cairo tesselering.            Bemærk at siderne er lige lange. Der er to vinkler på 90°, og vinklen mellem de stiplede linjer er også 90°.</p>	☺	
			☺	

## Tesselering med polygoner

Regulære og irregulære polygoner som kan dække en flade alene						
Kant	Regulære polygoner	Vinkelmål	Vinkelsum	Antal diagonaler	Manglende vinkel	Fladedækkende alene
3		$60^\circ$	$180^\circ$	0	$0^\circ$	☺
						☺
						☺
Kant	Regulære polygoner	Vinkelmål	Vinkelsum	Antal diagonaler	Manglende vinkel	Fladedækkende alene
4		$90^\circ$	$360^\circ$	2	$0^\circ$	☺
						☺
						☺

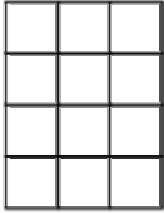
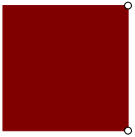
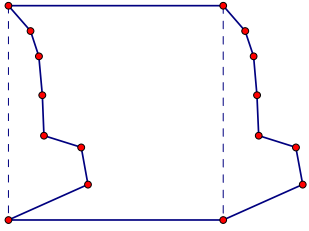
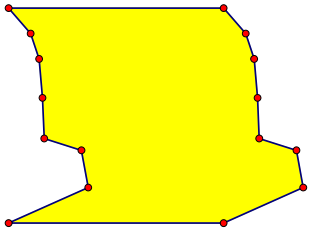
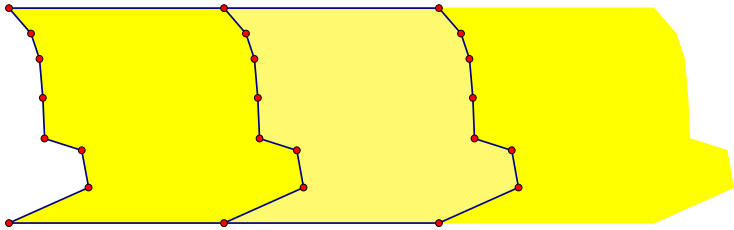
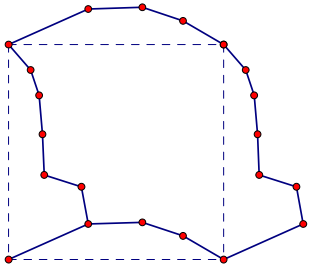
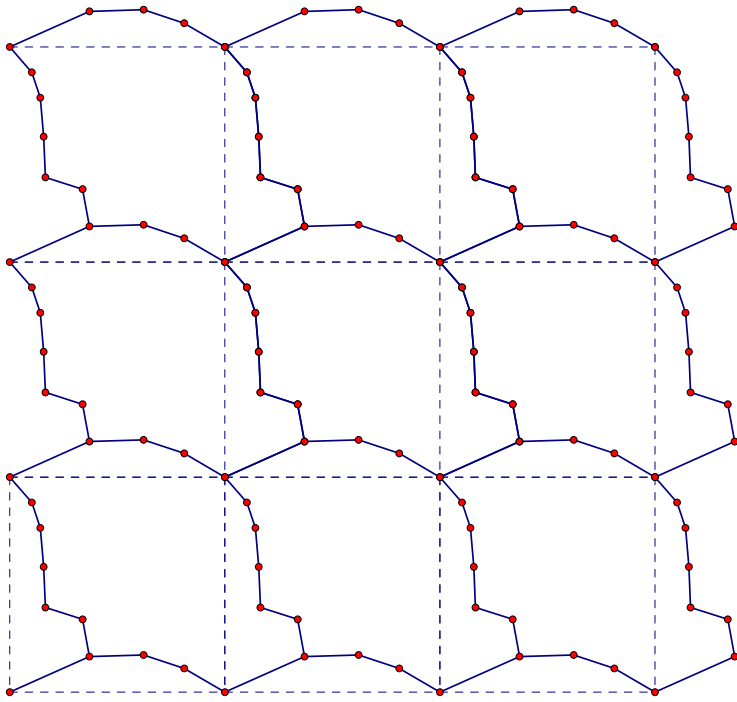
## Tesselering med polygoner

Kant	Figur	Vinkelsum	Fladedækkende alene	
5		$540^\circ$	☺	
			☺	
			☺	
6		$720^\circ$	☺	
			☺	
Konklusion	Ud af analysen af de forskellige polygoner kan man uddrage at to forskellige grundgitter er basis for alle de polygoner der kan dække en flade alene. De hjørner der støder sammen i fladen skal tilsammen danne præcis $360^\circ$ . Man kan se at hvert enkelt element i gitterene kan gentages ved hjælp af en eller flere af de 4 isometriske flytninger			
	Det kvadrerede gitter		Det isometriske gitter	
		Det kvadrerede gitter kan omformes til et parallelogramgitter og et rektangulært gitter.		Det isometriske gitter kan omformes til et sekskantgitter eller et rombegitter.

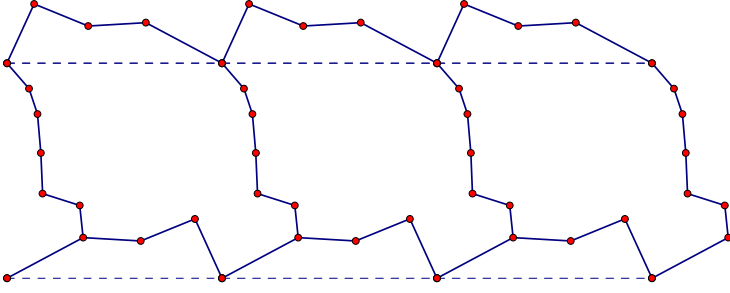
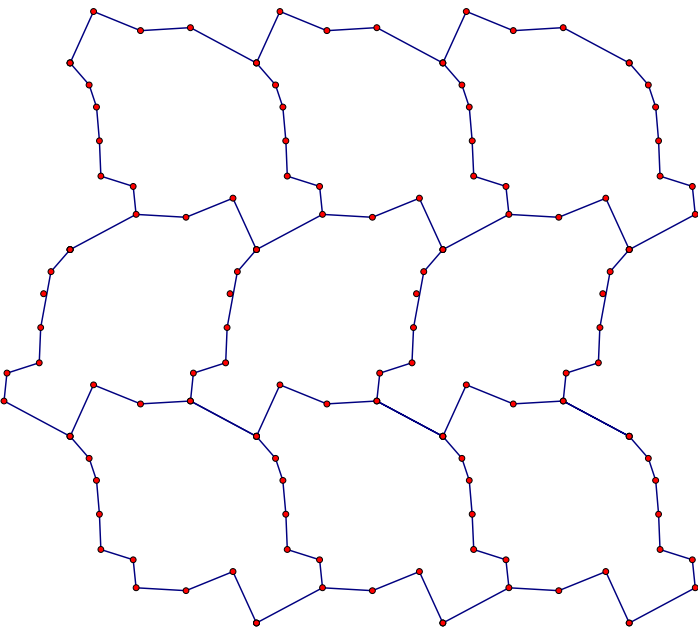
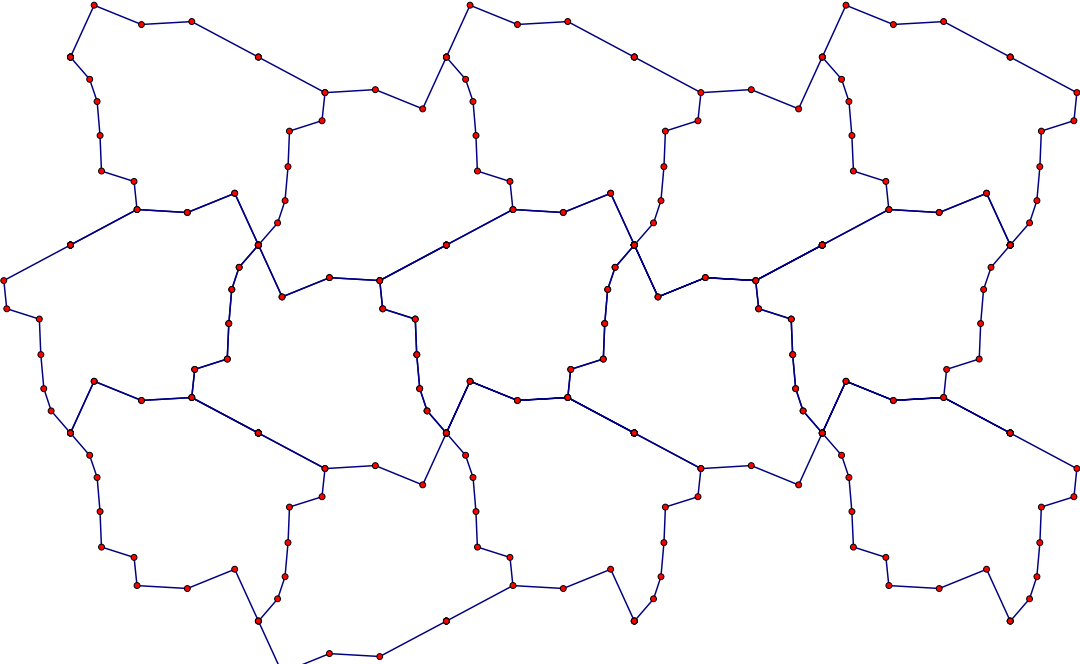
## Tesselering med polygoner

De 4 isometriske flytninger som foregår i planen:	
Rotation	
Flytning (parallelforskydning)	
Spejling	
Glidespejling (spejling og parallelforskydning)	

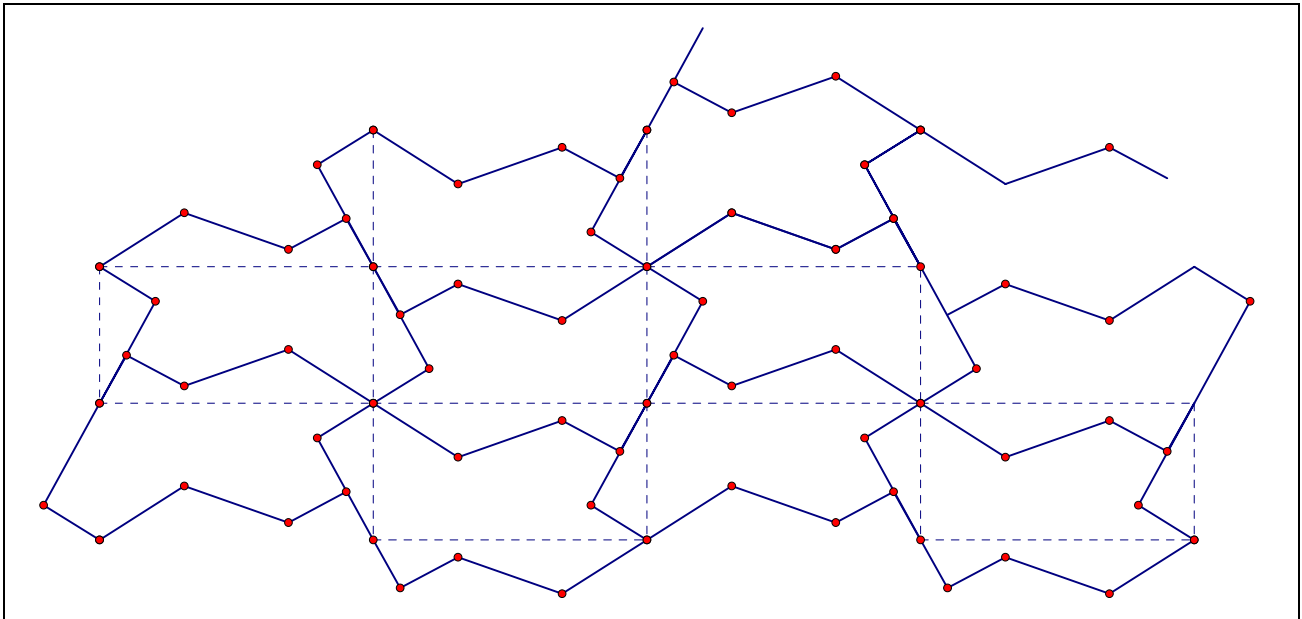
## Tesselering med polygoner

Andre former fremstillet ud fra polygoner der danner en flade alene	
	<p>Vi har allerede konstateret, hvilke polygoner der kan danne en flade ved sammensætning – alene.</p> <p>Det næste spørgsmål er, hvilken form det enkelte element kan have, hvis det ikke er en polygon af de typer vi allerede har beskrevet.</p> <p>Vi skal altså prøve at danne andre former ud fra de allerede kendte polygoner.</p>
	 <p>Kvadratet kan ændres til en anden form ved at klippe et stykke fra i den ene side (venstre) og lægge det til i den modstående side (højre). Det fraklippede stykke parallelforskydes med kvadratets sidelængde.</p>
	
	
<p>Ved at parallelforskyde hele figuren med kvadratets sidelængde igen og igen kan man se at den nye form som er dannet ud fra det oprindelige kvadrat – stadig kan danne en flade alene.</p> <p>Vi kan forsøge at foretage den samme handling på den anden led – og se om den nye form stadig kan dække en flade alene. Hvad med et rektangel?</p>	

## Tesselering med polygoner

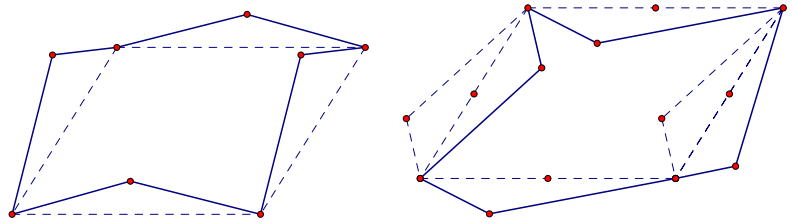
<p>Kan man opnå et fladedækkende mønster ved en spejling?</p> <p>Fraklippet fra bunden er spejlvendt i toppen. Formerne passer i vandret retning, da der ikke er ændret noget i forhold til siderne.</p>	
<p>Men hvad med toppen og bunden – kan de komme til at passe sammen? Som man kan se til højre kan det godt lade sig gøre at spejlvende top og bund.</p> <p>Kan man på lignende måde samtidig spejlvende siderne og alligevel fremstille en form som dækker en flade alene?</p>	
	

## Tesselering med polygoner



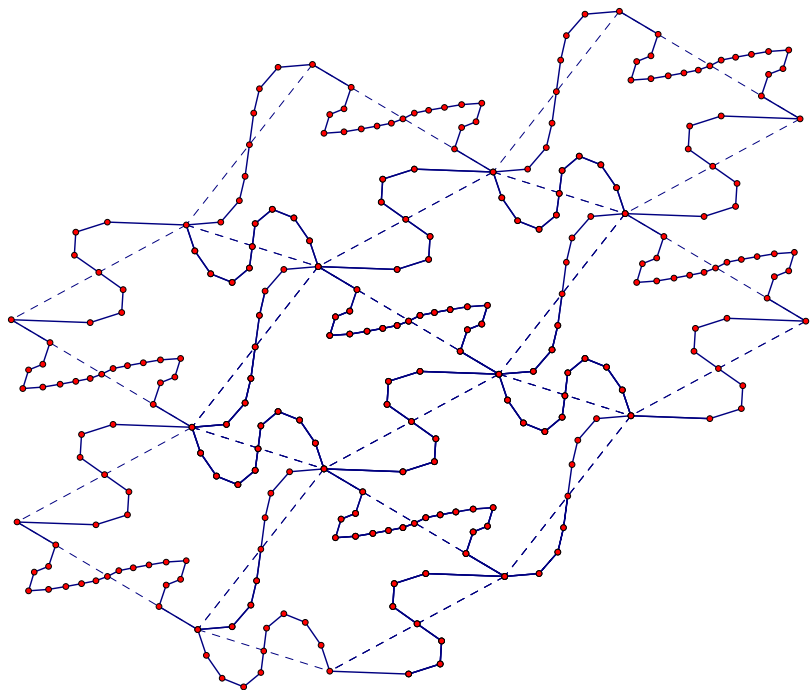
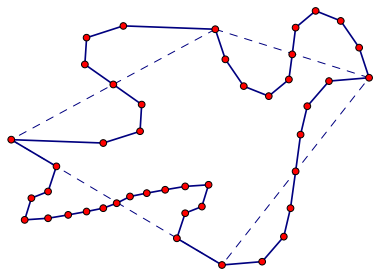
Samme procedure også lade sig gøre med et rektangel.

Men på romben kan fraklippet kun spejles på modstående side lodret eller vandret. Der bliver enten overskud eller underskud i forhold til  $360^\circ$ .

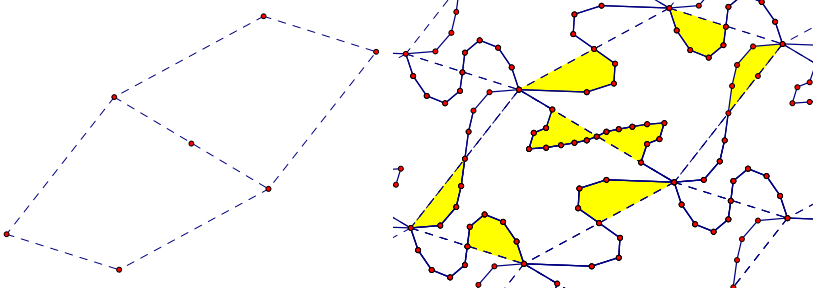
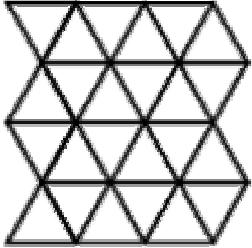
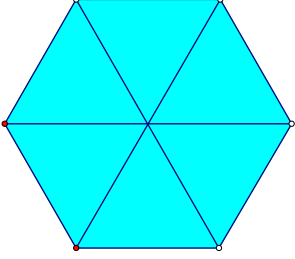
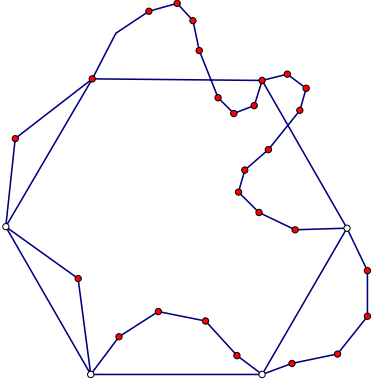
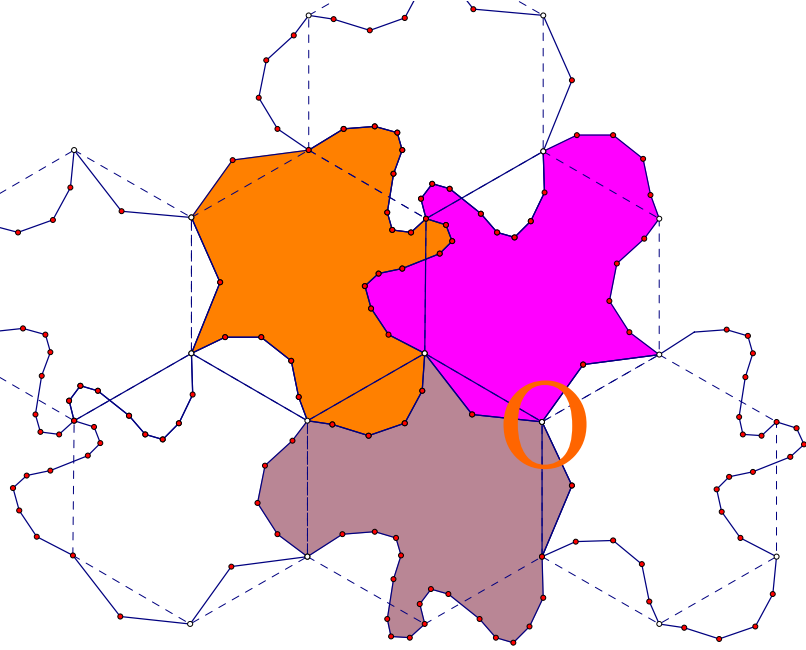


Skal man tesselere en rombe eller en hvilken som helst anden firkant inklusiv rektangel og kvadrat kan man dreje et fraklip om linjens midtpunkt som vist på fuglen her under. Hver linje har sit eget fraklip og tillæg.

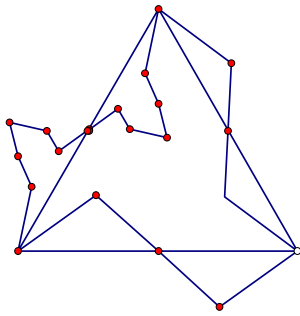
Til højre ses hvordan figuren tesselerer.



## Tesselering med polygoner

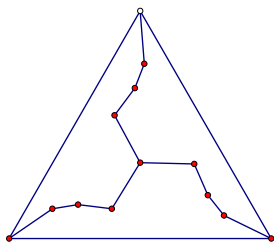
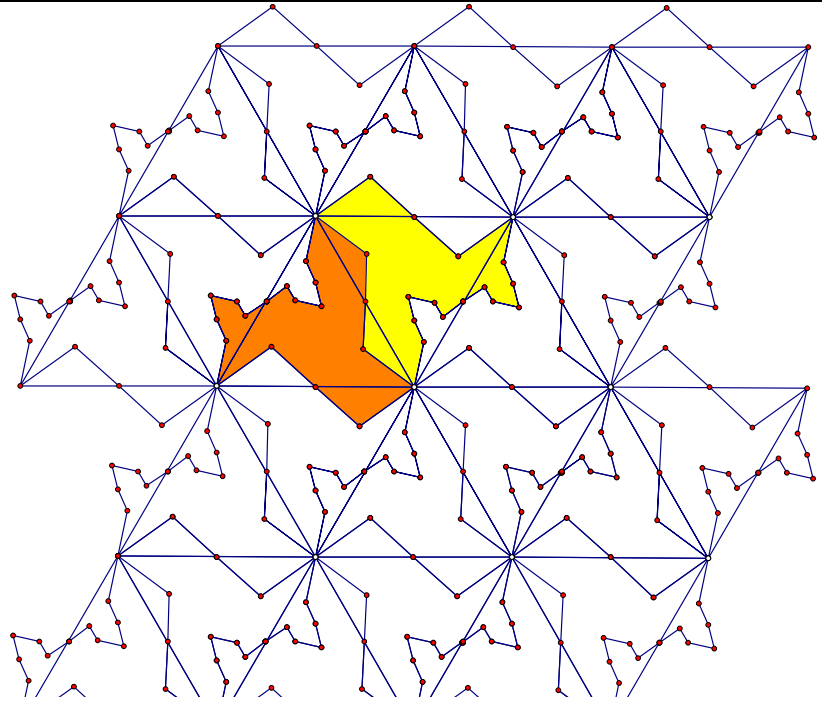
<p>Måske genkendes metoden fra tidligere, hvor vi så på, hvorledes en hvilken som helst firkant kan dække en flade alene.</p> <p>To af disse firkanter danner en sekskant, hvor alle modstående sider er parallelle. Derfor kan denne figur tesselere.</p>	
	<p>På lignende måde kan trekanten i det isometriske gitter omformes til romber og disse romber kan igen danne sekskanter eller trekantede kan danne sekskanter.</p> <p>Men der gælder andre regler i forhold til de 4 isometriske flytninger, hvis man vil ændre disse polygoner til nye former som skal dække en flade alene.</p>
	 <p>To nabosider bliver hinandens fraklip og tillæg på alle tre par sider.</p> <p>Herefter kan den nye form møde sin egen form på 3 forskellige måder.</p> <p>Nedenfor ses resultatet og man kan se at man mindst må vælge 3 farver, da formerne hele tiden støder på sig selv – 3 gange.</p>
	<p>I den røde ring på billedet til venstre ses mødet mellem 3 forme.</p> <p>Man kunne også sige at det er en rotation af formen 3 gange med 6-kantens en hjørne som centrum.</p> <p>Rotationen er <math>120^\circ</math> i alt 3 gange – som giver <math>360^\circ</math>. Altså kan formen dække en flade.</p>

## Tesselering med polygoner

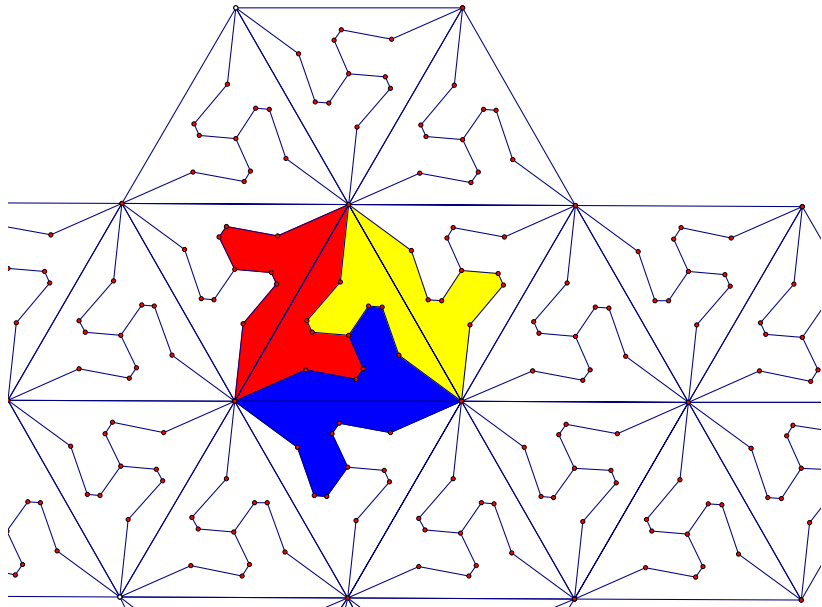


Denne tesselering er et eksempel på et skjult "strakt" kvadratgitter i et isometrisk gitter.

Til sammen danner de to tesselerede trekanter en rombe som kan parallelforskydes uden problemer. Der foregår ingen spejlinger eller rotationer i denne rombe.

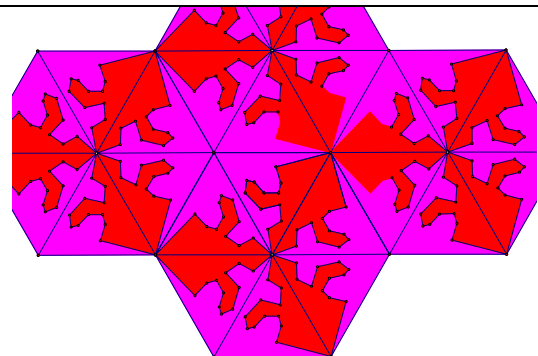
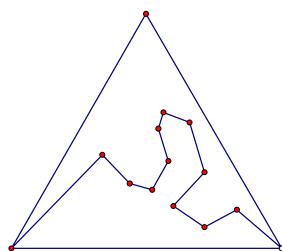


Dette er et andet eksempel på en "uægte" trekant-tesselering, hvor udgangspunktet er midtpunktet i trekanten og hvor en enkelt linje fra trekantens midtpunkt ud til hjørnet er roteret  $120^\circ$  omkring centrum. Herefter er trekanten duplikeret ved drejning og parallelforskydning.



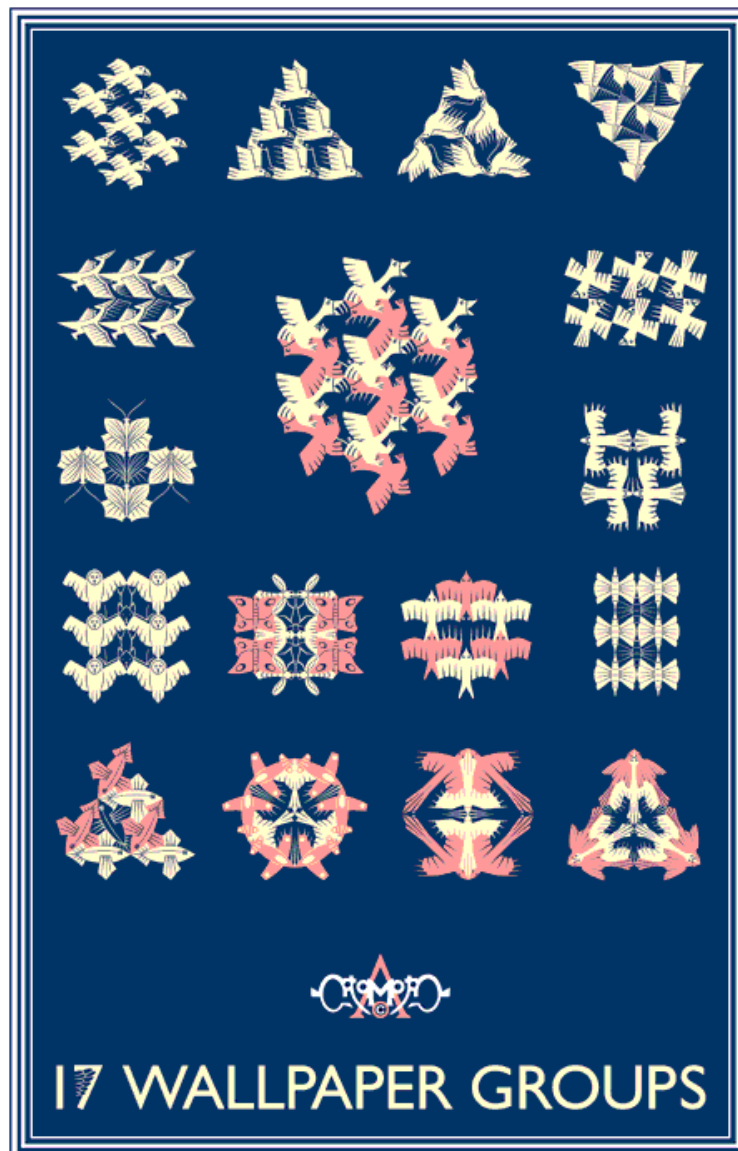
Dette er et eksempel på en ægte trekant tesselering, hvor der foregår en spejling om en af trekantens sider.

Dette afstedkommer at der fremkommer et symmetrisk mønster. Der findes der i alt 17 symmetri grupper.



## Tesselering med polygoner

### 17 symmetrigrupper



Kilde: <http://www.cromp.com/tess/home.html>

De 17 forskellige symmetrigrupper som polygonerne kan underlægges danner grundlaget for alle plane flademønstre. Meget berømt er Maurernes 1200-tals slot Alhambre ved Granada i Spanien, hvor der findes et utal af flademønstre. Her findes eksempler på alle de kendte symmetrigrupper og matematikere fra hele verden er valfartet dertil for at udforske flademønstrene.

Først inden for de seneste 100 år har man fået klarlagt systematikken bag disse 17 symmetri-grupper og man har ud fra forskellige notationer struktureret disse grupper ud fra særlige kendetegn ved de enkelte grupper.

I systematiseringen har man taget udgangspunkt i de 4 isometriske flytninger: rotation, flytning (parallelforskydning), spejling og glidespejling.

## Tesselering med polygoner

	Orbifold *) notation.	IUC **) notation	Muligt gitter (figur)	Rotationsantal	Spejlingsakse
1	o	p1		0	Ingen
2	2222	p2 (p2ll)		2	Ingen
3	**	pm (p1ml)		0	Parallel
4	xx	pg (p1gl)		0	Ingen
5	*2222	pmm (p2mm)		2	90°
6	22*	pmg (p2mg)		2	Parallel
7	22x	pgg (p2gg)		2	Ingen
8	x*	cm (c1ml)		0	Parallel
9	2*22	cmm (c2mm)		2	90°
10	442	p4		4	Ingen
11	*442	p4m (p4mm)		4+	45°
12	4*2	p4g (p4gm)		4*	90°
13	333	p3		3	Ingen
14	*333	p3ml		3+	60°
15	3*3	p3lm		3*	60°
16	632	p6		6	Ingen
17	*632	p6m (p6mm)		6	30°
*)	<b>Orbifold notation (Conway-notation):</b>			+ = rotationscenter ligger i spejlingsakser * = ikke alle rotationscentre på spejlingsakser	
	<p>Orbifold = Orbit-manifold, Orbit = drejning, manifold = duplikering, fold = gange. Matematisk systematisering som har rødder i topologien som er teorien om de mest grundlæggende strukturer i et givet rum: begreber som sted, position, relation, orden, niveau og dimension er alle topologiske begreber. Som matematisk disciplin hører topologien under mængdelæren, idet ethvert rum kan betragtes som en mængde med en vis struktur (ofte simpelthen kaldet mængdens "topologi").</p> <p>På <a href="#">denne side (klik her)</a> kan du læse mere om def. på de enkelte symboler, som er udtænkt af by J. H. Conway som siger: "The revolutionary feature of orbifold notation is that it uses topology to explain symmetry, and results a more geometric understanding than groups".</p> <p>Man skal forestille sig at i en orbifold notation {o, 2222, **, xx, *2222, 22*, 22x, x*, 2*22, 442, *442, 4*2, 333, *333, 3*3, 632, *632} er mængden af symboler som repræsenterer forandringsfaktorerne i de 17 symmetri-grupper. Et tal <i>n</i> indikerer tilstedeværelsen af <i>n</i>-gange drejning. En stjerne "*" indikerer tilstedeværelsen af en spejling. Et kors "x" indikerer tilstedeværelsen af en glidespejling. F.eks. består symmetrigruppen 442 af to særskilte sæt af 4-gange drejninger og et sæt af 2-gange drejninger. Hvis tallene kommer efter "*" betyder det at disse rotationscentre også er skæringspunkter for spejlingslinjerne. F. eks. har symmetrigruppen 442 alle rotationer centreret om spejlingslinjer. Symmetrigruppen 4*2 har kun 2-gange drejninger om spejlingslinjer.</p>				
**)	<b>IUC notation (Hermann-Mauguin symbol):</b>				
	<p>Krystallografisk notation indført af "The International Union of Crystallography".</p> <p>Den krystallografiske notation består af fire symboler der som udgangspunktet identificerer cellen med flest antal rotationer og andre fundamentale symmetrier. Sædvanligvis vælges en gitterenhed med centrum af antallet af flest rotationer i polygonen (som indrammes af gitteret). I to tilfælde er udgangspunktet koncentreret om en enhed (<i>centered heraf c-et</i>) og spejlingsakserne vil normalt ligge i en eller begge sider af enheden. Fortolkningen af de internationale symboler af mængden: {p1, p2, pm p1m, pg p1g, pmm p2mm, pmg p2mg, pgg p2gg, cm c1m, cmm c2mm, p4, p4m p4mm, p4g p4gm, p3, p3ml, p3lm, p6, p6m p6mm} er som følger:</p> <p>(1) bogstav <i>p</i> eller <i>c</i> indikerer <i>primitiv</i>(oprindelig) eller <i>centreret</i> (enheds) celle. Glidespejlingsaksen er den venstre kant af cellen med vektoren pegende nedad.</p> <p>(2) heltal <i>n</i> viser antallet af flest rotationer</p> <p>(3) bogstav <i>m</i> eller <i>g</i> viser en symmetri normalt om y-aksen: <i>m</i> (<i>mirror</i>) indikerer en spejlingsakse, <i>g</i> (<i>glidespejling</i>) indikerer en glidespejlingsakse om x-aksen, l indikerer ingen symmetriakse.</p> <p>(4) bogstav viser en symmetriakse ved vinkel <math>\alpha</math> til x-aksen, hvor <math>\alpha</math> er afhængig af <i>n</i> – antallet af det højeste antal rotationer: <math>\alpha = 180^\circ</math> for <i>n</i>=1 eller 2; <math>\alpha = 45^\circ</math> for <i>n</i>=4; <math>\alpha = 60^\circ</math> for <i>n</i>=3 eller 6; bogstaverne <i>m</i>, <i>g</i>, <i>l</i> skal fortolkes som i 3. Hvis symbolerne mangler i 3. og 4. position indikerer det at symmetrigruppen ikke indeholder spejlinger eller glidespejlinger. De fire <math>\alpha</math>-numeriske symboler kan bliver forkortet uden tab af informationer og disse forkortede udgaver er de mest anvendte.</p>				

# Tesselering med polygoner

o	p1	2222	p2 (p2ll)	**	pm (p1ml)
xx	pg (p1gl)	*2222	pmm (p2mm)	22*	pmg (p2mg)
22x	pmg (p2mg)	x*	cm (c1ml)	2*22	cmm (c2mm)
442	p4	*442	p4m (p4mm)	4*2	p4g (p4gm)
333	p3	*333	p3ml	3*3	p3lm
632	p6	*632	p6m	(p6mm)	

## Tesselering med polygoner

På foregående side er de 17 symmetrigrupper illustreret med et simpelt R som i sig selv er et asymmetrisk symbol. Ikke et eneste mønster er identisk. Mønstrene er fremstillet i Kali.

Det er tankevækkende at vi mennesker i mindst 1000 år har haft kendskab til denne variation og at mønstrene går igen over det meste af verden. Således både i bl.a. Kina, Japan, Persien og Sydamerika. Når Maurernes slot altid fremhæves som det ypperste er det fordi maurerne udviklede et særligt talent for denne kunstart på grund af deres religiøse overbevisning. I den ortodokse muslimske tro var det nemlig forbudt at gengive dyr og mennesker. Noget så fuldkomment er det kun forbeholdt Gud at frembringe. Derfor er der ofte af samme grund indbygget små fejl i tesseleringerne – da Gud er den eneste der kan frembringe det fuldkomne.

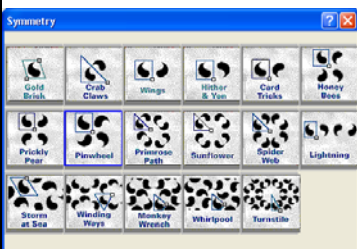
I vor tid er den største tesselerings-kunstner M. C. Escher som via studier i Alhambre har bragt kunstarten op i en nutidig og uovertruffen stil. Mange har fulgt hans fodspor og på Internettet kan man finde spændende og alsidige hjemmesider om denne særlige kunstart. Nedenfor findes en mønsternøgle til de 17 symmetrier. Nøglen er mere overskuelig end Geometers udgave af samme.

### Mønsternøgle til symmetrigrupperne

Mindste rotationsgrad - antal rotationer	Vælg først mønsterets mindste rotationsgrad eller antal rotationer og besvar derefter de spørgsmål der stilles.						
Ingen rotation	Er der en spejling?		Ja, der er en spejling.		Er der en glidespejling i en akse der ikke er spejlingsakse?	Ja: cm Nej: pm	
			Nej, der er ingen spejling		Er der en glidespejling?	Ja: pg Nej: pl	
	180° - 2 rotationer	Er der en spejling?	Ja, der er en spejling	Er der en spejling i to retninger?	Ja, der er spejling i to retninger.	Er alle rotationscentre på spejlingsakser?	Ja: pmm Nej: cmm
					Nej, der er ingen spejling i to retninger: pmg		
		Nej, der er ingen spejling	Er der en glidespejling			Ja: pgg Nej: p2	
90° - 4 rotationer	Er der en spejling?	Ja, der er en spejling.		Er der spejlinger i akser der krydser i en vinkel på 45°?	Ja: p4m Nej: p4g		
		Nej, der er ingen spejling:			Nej: p4		
120° - 3 rotationer	Er der en spejling?	Ja, der er en spejling.		Er alle rotationscentre på spejlingsakser	Ja: p3m1 Nej: p31m		
		Nej, der er ingen spejling.			Nej: p3		
60° - 6 rotationer	Er der en spejling?	Ja, der er en spejling.			Ja: p6m		
		Nej, der er ingen spejling.			Nej: p6		

## Tesselering med polygoner

Links	Beskrivelse
<a href="http://home3.inet.tele.dk/pmh/Tema/gylden.htm">http://home3.inet.tele.dk/pmh/Tema/gylden.htm</a>	Beviset for det gyldne snit i en femkant
<a href="http://www2.spsu.edu/math/tile/aperiodic/penrose/euclid.htm">http://www2.spsu.edu/math/tile/aperiodic/penrose/euclid.htm</a>	Penrose-mønstre
<a href="http://www.clarku.edu/~djoyce/wallpaper/">http://www.clarku.edu/~djoyce/wallpaper/</a>	Tapetmønstre
<a href="http://www.geom.uiuc.edu/java/Kali/">http://www.geom.uiuc.edu/java/Kali/</a>	De 17 tapeter
<a href="http://www.geometrygames.org/Kali/">http://www.geometrygames.org/Kali/</a>	Download Kali - symmetriprogram
<a href="http://www.geometer.dk/tess/">http://www.geometer.dk/tess/</a>	Geometer beskrivelser og meget instruktive øvelser i tesseleringer
<a href="http://www.boxermath.com/plp/modules/online/workshop/toolbox/mosaictool3">http://www.boxermath.com/plp/modules/online/workshop/toolbox/mosaictool3</a>	Tesselering i Java – til at bygge mønstre med af polygoner.
<a href="http://www2.spsu.edu/math/tile/symm/ident17.htm">http://www2.spsu.edu/math/tile/symm/ident17.htm</a>	Tapetmønstre – brug mønsternøgle
<a href="http://www.scienceu.com/geometry/">http://www.scienceu.com/geometry/</a>	Geometrisk center
<a href="http://www18.big.or.jp/~mnaka/home.index.html">http://www18.big.or.jp/~mnaka/home.index.html</a>	Animerede tesselerings-puslespil
<a href="http://www.cromp.com/tess/home.html">http://www.cromp.com/tess/home.html</a>	Virkelig flotte tesseleringer
<a href="http://library.thinkquest.org/16661/index.html">http://library.thinkquest.org/16661/index.html</a>	Totally tessalated

IT-programmer til tesselering	Beskrivelse
Kali	Kali er et symmetriprogram som er utroligt lærerigt at arbejde med i forhold til de 17 symmetrigrupper og der er også indbygget andre features til at danne friser samt rosetter – som også har matematisk relevans.
Geometer	Geometer er et oplagt program til selv at danne mønstre. Det er en noget langsom affære, men det er meget præcist at arbejde med og programmet er tro overfor de mønstre man tegner. Man kan med lethed lave parallelforskydninger, spejlinger og drejninger – som er en væsentlig forudsætning for at fremstille tesseleringer
Paint – ligger i Windows/programmer/tilbehør	Paint er et fremragende farvelægningsprogram på et meget lidt avanceret niveau. Selv små børn kan have stor glæde af at farvelægge mønstre – tegnet i Geometer eller Kali. Paint er desuden det eneste direkte kompatible program i forhold til at kopiere Kali-tegninger som skal farvelægges. Man indsætter tegningen direkte i Pint fra udklipsholderen fra Kali. Dokumentet kan herefter gemmes i PNG-format og åbnes i alle andre mere avancerede tegne-male-programmer – bl.a. PaintShopPro og CorelPhotopaint.
	<p>CorelPhotopaint</p> <p>Her kan man på lige fod med programmet PaintShopPro anvende mere avancerede features til at bearbejde Kali-tegninger eller andre tesseleringer. Der findes en speciel lille menu som hedder Terazzo. Denne menu indeholder de 17 forskellige symmetrier og alle billeder og tegninger kan ændres til tesseleringer.</p>
Diverse interaktive Javaprogrammer samt Java sketchpad fra Geometer	Geometer-dokumenter kan gemmes i htm og kan indlemmes på hjemmesider. Vi har selv prøvet og det er meget nemt at foretage og implementere på en hjemmeside. Derved kan tegninger blive interaktive med Java og man kan lade elever opleve hvordan små ændringer af punkter kan ændre selv simple mønstre.